

# 確率過程特論 レポート問題

担当：三角 淳 2019年7月11日

- ・以下の [1][2] に解答し、レポートとして提出して下さい。
- ・提出期限：8月1日（木）
- ・提出先：三角（理工学部2号館6階619号室）  
（原則として、直接手渡しで提出して下さい。）

[1] 頂点集合が  $G = \{a, b, c, d\}$ 、辺集合が

$$E = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, d \rangle\}$$

で与えられるグラフ  $(G, E)$  を考える。ここで  $a, b, c, d$  は相異なる点とし、辺は向き付けられていないものとする。さらに、各辺に対して次のように重みを定める。

$$\mu_{ab} = 2, \mu_{ac} = 1, \mu_{ad} = 1, \mu_{bc} = 2, \mu_{bd} = 1, \mu_{cd} = 1.$$

(1) 関数  $f: G \rightarrow \mathbb{R}$  で次をみたすものを求めよ。

$$\begin{cases} \Delta f(x) = 0 & (x \in G \setminus \{a, b\}), \\ f(a) = 0, f(b) = 1. \end{cases}$$

(2) 有効抵抗  $R_{\text{eff}}(a, b)$  を求めよ。

(3) 対応する重み付きグラフ上のランダムウォークを考える。頂点  $a$  から出発したランダムウォークが、頂点  $a$  に再び戻ってくるより前に頂点  $b$  に到達する確率を求めよ。

[2] (1) 次の (A)(B) のうち1つを選んで、定理の主張を書け。

(A) ボンドパーコレーションの臨界確率  $p_H$  の評価（授業の定理 3.1）

(B) ボレル-カンテリの第2補題（授業の定理 1.13）

(2) (1) で解答した内容に関連して、さらに自分なりに考察したり文献で調べたことなど（例えば、定理の証明、応用例、関連する話題、感想など）について自由に述べよ。