確率過程論　第３回

担当：三角　淳　2019 年 4 月 25 日

講義概要

・ポアソン過程の定義：

計数過程 $\{N_t\}_{t\geq 0}$ が次をみたすとき、パラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程と呼ぶ。

(1) $N_0 = 0.$

(2) 定常独立増分をもつ。

(3) 任意の $t > 0$ に対して、N_t はパラメーター λt のポアソン分布に従う。

・指数分布に関する補足：連続型の確率変数 $X \geq 0$ がパラメーター $\lambda > 0$ の指数分布に従うとは、次をみたすときにいう。

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (0 \leq a \leq b < \infty).$$

（ポアソン過程の到着時間列と指数分布の関係については、第 6 回で見る。）

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\dfrac{1}{6}$ のポアソン過程とする。

(1) $P\left(N_{15} - N_3 \geq 3\right)$ を求めよ。　(2) N_{24} の平均と分散を求めよ。

補充問題

[**2**] 確率変数 X がパラメーター 4 の指数分布に従うとき、次を求めよ。

(1) $P\left(-1 \leq X \leq \dfrac{1}{2}\right)$,　(2) $P(X > 2)$.

[**3**] 確率変数 X がパラメーター $\lambda > 0$ の指数分布に従うとする。

(1) 平均 $E(X) = 1/\lambda$、分散 $V(X) = 1/\lambda^2$ となることを示せ。

(2) 次が成り立つことを示せ。

$$P(X > t + x \,|\, X > t) = P(X > x) \quad (t, x \geq 0).$$