確率論演習　第９回

担当：三角　淳　2019年6月14日

例題

[1] $1, 2, 3$ と書かれた3枚のカードの中から1枚を取り出し、元に戻さずに再び1枚を取り出す。1回目に i、2回目に j が取り出されることに対応する標本点を (i, j) で表し、標本空間を $\Omega = \{(i, j) \,|\, 1 \leq i, j \leq 3,\ i \neq j\}$ とする。

(1) 取り出されたカードの数字の和を X とする。このとき各 $\omega \in \Omega$ に対して $X(\omega)$ を求めよ。

(2) $P(X = 4) = P(\{\omega \in \Omega \,|\, X(\omega) = 4\})$ を求めよ。

レポート問題　以下の [**2**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[2] それぞれの面に1から4までの書かれた正四面体のサイコロを2回投げる。1回目に i、2回目に j が出ることに対応する標本点を (i, j) で表し、標本空間を
$\Omega = \{(i, j) \,|\, 1 \leq i, j \leq 4\}$ とする。

(1) 出た目の最小値を X とする。このとき各 $\omega \in \Omega$ に対して $X(\omega)$ を求めよ。

(2) $P(X \geq 2) = P(\{\omega \in \Omega \,|\, X(\omega) \geq 2\})$ を求めよ。

黒板での発表用問題

[3] 確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上の写像 $X : \Omega \to \mathbb{R}$ に対して、X が確率変数のとき、
$\{X$ が無理数$\} \in \mathcal{F}$ となることを示せ。

[4] 確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上の写像 $X : \Omega \to \mathbb{R}$ に対して、X が確率変数のとき、任意の開集合 $A \subset \mathbb{R}$ に対して $\{X \in A\} \in \mathcal{F}$ となることを示せ。
（ヒント：開区間 $B_1, B_2, B_3, \cdots$ が存在して $A = \cup_{n=1}^{\infty} B_n$ と表せることを証明なしで用いてよい。）

[5] 確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上の写像 $X : \Omega \to \mathbb{R}$ に対して、X が確率変数のとき、X^2 も確率変数であることを示せ。