

確率論 第5回

担当：三角 淳 2019年5月17日

講義概要 (教科書 p21-24 も参照)

・条件付確率の定義： $P(A) > 0$ のとき、 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

・乗法法則：

$$\begin{aligned} & P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) \\ &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_{n-1}). \end{aligned}$$

・全確率の公式：事象 A_1, A_2, \dots, A_n が排反かつ $\Omega = \bigcup_{k=1}^n A_k$ のとき、

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k).$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 箱の中に白のボールが3個、赤のボールが8個入っているとす。この箱からボールを1個取り出して、元に戻さずに同じ色のボールを箱の中に5個追加する。その後、再び箱からボールを1個取り出す。このとき、2回目に取り出されたボールが赤である確率を求めよ。

補充問題

[2] 1から6の番号の書かれた6枚のカードから1枚を取り出し、元に戻さずにまた1枚を取り出す。1枚目に4が出る事象を A 、2枚とも3以上が出る事象を B 、少なくとも1枚は5以上が出る事象を C とするとき次を求めよ。

(1) $P(B|A)$, (2) $P(C|B)$, (3) $P(C|A \cup B)$.

[3] 条件付確率は確率となることを示せ。すなわち、確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) と $P(A) > 0$ をみたす事象 A が与えられたとき、写像 $Q: \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$Q(B) = P(B|A) \quad (B \in \mathcal{F})$$

で定めると Q は確率測度となることを確かめよ。