理工系微分積分学　第４回

担当：三角　淳　2019 年 11 月 5 日

講義概要（教科書 **p58-61** も参照）

・$z = f(x, y)$, $x = \phi(t)$, $y = \psi(t)$ に対して、$z = f(\phi(t), \psi(t))$ の t に関する微分は、

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}.$$

・連鎖律：$z = f(x, y)$, $x = \phi(u, v)$, $y = \psi(u, v)$ に対して、$z = f(\phi(u, v), \psi(u, v))$ の u, v に関する微分は、

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u}, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v}.$$

・$x = \phi(u, v)$, $y = \psi(u, v)$ に対して、$\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \det \begin{pmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{pmatrix}$ をヤコビアンと呼ぶ。

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] 合成関数の微分を用いて、$\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ。（u, v の式で表せ。）

(1) $z = x^3y^2, \quad x = u - v, \quad y = u + v.$

(2) $z = \cos(x + y), \quad x = u^2 + v^2, \quad y = 2uv.$

補充問題

[**2**] 合成関数の微分を用いて、$\dfrac{dz}{dt}$ を求めよ。（t の式で表せ。）

(1) $z = x^5y - y^3, \quad x = \sin t, \quad y = \cos t.$

(2) $z = x^3e^{-2y}, \quad x = t^2 + 2t, \quad y = t^3.$

[**3**] 次の変数変換のヤコビアンを求めよ。

(1) $x = 4u + 7v, \quad y = -6u + 3v.$

(2) $x = u^2 - v^2, \quad y = uv.$