

理工系微分積分学 第2回

担当：三角 淳 2019年10月15日

講義概要（教科書 p51-54 も参照）

- ・ 多変数関数の導入。
- ・ 2変数関数 $f(x, y)$ に対して、 (x, y) を (a, b) にどのように近づけても $f(x, y)$ が l に近づくとき、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = l$ と表す。（ f の (a, b) における極限值）
- ・ $f(x, y)$ が (a, b) で連続とは、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x, y) = f(a, b)$ をみたすときにいう。 $f(x, y)$ がすべての点で連続のとき、 $f(x, y)$ は連続であるという。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] 次の関数は $(0, 0)$ で連続か。理由を付けて答えよ。

$$(1) f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 + y^2}{x^2 + 3y^2} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$(2) f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{|x| + |y|} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

補充問題

[2] $f(x, y) = xy^2 + 3x^2y$ とする。

(1) $f(1, 1)$, $f(2, 3)$ を求めよ。

(2) $f(x, y) = 0$ をみたす (x, y) をすべて求め、 xy 平面上に図示せよ。

[3] 次の極限值は存在するか。存在する場合はその値を求め、理由についても説明せよ。存在しない場合はその理由を説明せよ。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{3x^2 + 4y^2}, \quad (2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \log(x^2 + y^2).$$