理工系微分積分学　第12回

担当：三角　淳　2020年1月14日

講義概要（教科書 **p116-117** も参照）

・有向曲線について。

・x, y に関する線積分：有向曲線 $C : x = \phi(t),\ y = \psi(t)$ （向き $t : a \to b$）と C 上の連続関数 $f(x, y)$ に対して、

$$\int_C f(x,y)dx = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t))\phi'(t)dt,$$
$$\int_C f(x,y)dy = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t))\psi'(t)dt.$$

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] 有向曲線 $C : x = t,\ y = t^3$ （向き $t : 1 \to 2$）とする。

(1) C を図示せよ。　(2) $\displaystyle\int_C x^2 y dy$ を求めよ。

補充問題

[**2**] $O = (0, 0),\ A = (1, 1),\ B = (2, 0)$ に対して、線分 OA と線分 AB をつないだ折れ線に、$O \to A \to B$ の向きを付けたものを C とする。

(1) $\displaystyle\int_C (x + y)dx$ を求めよ。

(2) C の向きを $B \to A \to O$ に変えたものを $-C$ とする。$\displaystyle\int_{-C} (x + y)dx$ を求めよ。

[**3**] 有向曲線 $C : x = \phi(t),\ y = \psi(t)$ （向き $t : a \to b$）と C 上の連続関数 $f(x, y)$ に対して、弧長に関する線積分を

$$\int_C f(x,y)ds = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t))\sqrt{(\phi'(t))^2 + (\psi'(t))^2}dt$$

で定義する。次の線積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_C x ds,\quad C : y = 2x,$　向き：$(0, 0) \to (1, 2)$.

(2) $\displaystyle\int_C xy ds,\quad C : y = x^2,$　向き：$(0, 0) \to (1, 1)$.