統計数学II　第４回

担当：三角　淳　2018年5月8日

講義概要

・ポアソン過程の定義：計数過程 $\{N_t\}_{t\geq 0}$ が $N_0=0$ で、定常独立増分をもち、任意の $t>0$ に対して N_t はパラメーター λt のポアソン分布に従うとする。このような $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\lambda>0$ のポアソン過程と呼ぶ。
・計算例：上の $\{N_t\}_{t\geq 0}$ に対して次が成り立つ。

$$P(N_s=1\,|\,N_t=1)=\frac{s}{t}\quad(0<s<t)$$

・$0<s<t$ に対して、N_s と N_t は独立でない事に注意。

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[**1**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\dfrac{1}{8}$ のポアソン過程とする。
(1) $P(N_{20}-N_4>2)$ を求めよ。
(2) N_{24} の平均と分散を求めよ。

補充問題

[**2**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\lambda>0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0<s<t$, $n,m=0,1,2,\cdots,\ n\leq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_t=m\,|\,N_s=n)=e^{-\lambda(t-s)}\frac{\{\lambda(t-s)\}^{m-n}}{(m-n)!}$$

[**3**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\lambda>0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0<s<t$, $n,m=0,1,2,\cdots,n\geq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_s=m\,|\,N_t=n)=\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}\left(\frac{s}{t}\right)^m\left(1-\frac{s}{t}\right)^{n-m}$$