

統計数学II 第16回(期末試験)

担当：三角 淳 2018年8月7日

・解答は、結果だけでなく途中の説明もできるだけ丁寧に書いて下さい。

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメータ6のポアソン過程とする。 $S_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\}$ とするとき、 $P(S_2 \leq \frac{1}{2})$ を次の2通りの方法で求めよ。

(1) $S_2 \leq \frac{1}{2}$ と $N_{\frac{1}{2}} \geq 2$ が同値である事を用いる。

(2) S_2 の密度関数が $f(x) = 36xe^{-6x}$ ($x \geq 0$) である事を用いる。

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメータ $\frac{1}{2}$ のポアソン過程とする。このとき $E(N_4^2 \mid N_8 = 2)$ を求めよ。

[3] 初期分布が $\pi(0) = \left(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6}\right)$ 、推移行列が $\mathbf{P} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} a^2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & b & -a \end{pmatrix}$ で与えられるよ

うなマルコフ連鎖 $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ を考える。状態空間は $I = \{1, 2, 3\}$ とする。

(1) 定数 a, b の値を求めよ。

(2) $P(X_2 = 3)$ を求めよ。

[4] $0 \leq a \leq 1$ に対して、推移行列が $\begin{pmatrix} 1-a & a & 0 \\ a & 0 & 1-a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ で与えられるマルコフ連鎖を考える。状態空間は $I = \{1, 2, 3\}$ とする。このとき各状態が再帰的かどうか調べよ。

[5] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率 $\frac{2}{3}$ 、右に確率 $\frac{1}{3}$ で移動する場合を考える。このとき次を求めよ。

$$P(X_4 \geq 2, X_8 \geq 1 \mid X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2).$$

・ [1] (1) 8点 (2) 8点 [2] 10点 [3] (1) 6点 (2) 8点 [4] 10点 [5] 10点の60点満点です。

・ 採点結果に関しては、8月8日(水)の正午までに理工学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。

・ 掲示の際に、追レポートの課題が提示される場合があります。その場合は提出期限までかなり短期間となる可能性が高いので、注意して掲示を確認するようにして下さい。