

# 確率論 第9回

担当：三角 淳 2018年6月15日

## 講義概要 (教科書 p35–38 も参照)

・確率変数：偶然現象を観測して得られる数値。より正確に言うと、確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  が与えられているとして、写像  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  が、任意の  $a \in \mathbb{R}$  に対して

$$\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq a\} \in \mathcal{F}$$

をみたすとき、 $X$  を（実数値）確率変数と呼ぶ。

・書き方を簡略化するため、例えば、 $\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq a\}$  の意味で  $\{X \leq a\}$  と書く。また、 $P(\{X \leq a\})$  の意味で  $P(X \leq a)$  と書く。

・ $X$  が確率変数のとき、任意の  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$  に対して  $\{X > a\}$ ,  $\{X < a\}$ ,  $\{X \geq a\}$ ,  $\{X = a\}$ ,  $\{a < X < b\}$ ,  $\{a \leq X \leq b\}$  などすべて  $\mathcal{F}$  の元となる。

**レポート問題** 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] 確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  上の写像  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  に対して、 $X$  が確率変数のとき、 $3X + 4$  も確率変数であることを示せ。

## 補充問題

[2] 長さ 10 の棒をランダムに 2 分割する試行を考える。但し、分割の位置はどの点も同等に選ばれるとする。片方の端から長さ  $\omega$  の位置で分割されることに対応する標本点を  $\omega$  で表し、標本空間を  $\Omega = [0, 10]$  とする。

(1) 長い方の断片の長さとして短い方の断片の長さの差を  $X$  とする。このとき各  $\omega \in \Omega$  に対して  $X(\omega)$  を求めよ。

(2)  $P(3 < X < 5) = P(\{\omega \in \Omega \mid 3 < X(\omega) < 5\})$  を求めよ。

[3] 確率変数  $X$  と実数  $a, b$  ( $a < b$ ) に対して次を示せ。

(1)  $P(a < X < b) = P(X < b) - P(X \leq a)$ .

(2)  $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X < a)$ .

（裏面に、中間試験追レポートの説明があります）

### 中間試験追レポートについて

- ・ 中間試験が 15 点以下の人は、試験問題の [2]～[5] にあらためて解答し、6 月 29 日 (金) までに理工学部 2 号館 619 号室の入口の袋に提出して下さい。（やむをえない理由でこの日までに提出できない場合は、申し出て下さい。）なお、必ず通常のレポート問題とは別の用紙に解答して下さい。
- ・ 中間試験が 16 点以上の人は、提出の対象外です。