

統計数学II 第3回

担当：三角 淳 2017年5月2日

講義概要

- ・ 確率変数列で、添字を時刻とみなしたものを確率過程と呼ぶ。 $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ などのように、添字が離散的な場合に離散時間確率過程、また $\{X_t\}_{t \geq 0}$ などのように、添字が連続的な場合に連続時間確率過程と呼ぶ。
- ・ 確率過程がとる値の集合を状態空間と呼ぶ。
- ・ $\{X_t\}_{t \geq 0}$ の値が時刻とともに $0, 1, 2, \dots$ と増加し、標本路が時刻に関する右連続関数のとき計数過程と呼ぶ事にする。
- ・ 任意の $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < \infty$ に対して

$$X_{t_1} - X_{t_0}, X_{t_2} - X_{t_1}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$$

が独立であるとする。このとき $\{X_t\}_{t \geq 0}$ は独立増分をもつという。

- ・ 任意の $0 \leq s < t < \infty$, $h > 0$ に対して $X_t - X_s$ と $X_{t+h} - X_{s+h}$ が同分布であるとする。このとき $\{X_t\}_{t \geq 0}$ は定常増分をもつという。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 確率過程 $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が、任意の $t \geq 0$ に対して $E(X_t) = t^2$ をみたすとする。

- (1) $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が独立増分をもつとき、 $E[(X_9 - X_6)(X_5 - X_3)]$ を求めよ。
- (2) $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が定常増分をもたない事を示せ。

補充問題

[2] 確率過程 $\{X_t\}_{t \geq 0}$ を $P(X_t = 0, \forall t \geq 0) = \frac{1}{2}$, $P(X_t = t^2, \forall t \geq 0) = \frac{1}{2}$ であるようなものとする。

- (1) $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が独立増分をもたない事を示せ。
- (2) $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が定常増分をもたない事を示せ。

[3] 確率過程 $\{X_t\}_{t \geq 0}$ が定常独立増分をもつとする。 $Y_t = cX_t$ ($c \in \mathbb{R}$) と定めるとき、 $\{Y_t\}_{t \geq 0}$ が定常独立増分をもつ事を示せ。