統計数学IB　第５回

担当：三角　淳　2017年11月2日

講義概要 （教科書 p74-75 も参照）

・以下では確率変数 X, Y は連続型とする。任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $f(x, y) \geq 0$ かつ $P(X \leq x, Y \leq y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(s, t)dsdt$ をみたすような $f(x, y)$ を、X, Y の結合密度関数と呼ぶ。

・定義から分かる事：$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dxdy = 1.$

・$P((X, Y) \in S) = \int\int_{S} f(x, y)dxdy.$ $(S \subset \mathbb{R}^2)$

・一般に、（確率変数に関係なく）$f(x, y) \geq 0,$ $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dxdy = 1$ をみたすような $f(x, y)$ を2次元密度関数と呼ぶ。
さらに、$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy$ $(x \in \mathbb{R})$, $h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dx$ $(y \in \mathbb{R})$ を、$f(x, y)$ の周辺密度関数と呼ぶ。

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[**1**] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{28}(xy^2 + 1) & 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$
を持つとき、周辺密度関数 $g(x)$, $h(y)$ を求めよ。

補充問題

[**2**] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} a(x + y) & 0 \leq x \leq 4,\ 1 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$
を持つとする。このとき定数 a の値を求めよ。

[**3**] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y} & 0 \leq x \leq y \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$
を持つとき、$P(X \leq 1, Y \leq 2)$ を求めよ。