

統計数学IA 第8回 (中間試験)

担当：三角 淳 2017年6月6日

・ 1 以外は、結果だけでなく途中過程もできるだけ丁寧に書いて下さい。

[1] (1) 次の (a)~(c) の中から正しい主張を1つ選べ。(答えのみでよい)

- (a) 事象 A, B, C に対して、 A と B 、 B と C 、 C と A がそれぞれ独立ならば、 A, B, C は独立となる。
- (b) 事象 A, B, C に対して、 $P(A) > 0$ かつ $P(B \cup C|A) = P(B|A) + P(C|A)$ ならば、 B と C は排反となる。
- (c) 事象 A, B, C に対して、 A, B, C が独立かつ $P(A \cap B^c) > 0$ ならば、 $P(C|A \cap B^c) = P(C)$ となる。

(2) 上の (1) で選んだ主張の証明を書け。

[2] 事象 A, B が $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ をみたすとき、 $P(A^c \cup B)$ を求めよ。

[3] 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3\}$ 、事象の全体 $\mathcal{F} = 2^\Omega$ とする。次の P は (Ω, \mathcal{F}) 上の確率となるか。理由を付けて答えよ。

$$P(\emptyset) = 0, P(\{1\}) = \frac{1}{3}, P(\{2\}) = \frac{2}{3}, P(\{3\}) = 0, P(\{1, 2\}) = 1, P(\{1, 3\}) = \frac{1}{3}, \\ P(\{2, 3\}) = \frac{2}{3}, P(\Omega) = 1.$$

[4] 区間 $[0, 18]$ 上の1点をランダムに選ぶ。但しどの点も同等に選ばれるとする。選んだ点が区間 $[3, 9]$ に入っている事象を A とし、選んだ点が区間 $[1, 5]$ または区間 $(6, 17)$ に入っている事象を B とする。このとき A と B が独立である事を示せ。(注：選ばれるのは整数の点だけとは限らない。)

[5] 3つの箱のうちのどれか1つを選び、更にその箱からくじを引く。1番目の箱を選ぶ事象を A_1 、2番目の箱を選ぶ事象を A_2 、3番目の箱を選ぶ事象を A_3 とし、 $P(A_1) = \frac{1}{4}$, $P(A_2) = \frac{1}{3}$, $P(A_3) = \frac{5}{12}$ であるとする。当たりのくじを引く事象を B とし、それぞれの箱を選んだときに、当たりのくじを引く条件付確率を $P(B|A_1) = \frac{1}{8}$, $P(B|A_2) = \frac{1}{12}$, $P(B|A_3) = \frac{1}{16}$ とする。このとき、もし当たりのくじを引いたとして、選んだ箱が3番目の箱である条件付確率 $P(A_3|B)$ を求めよ。

・ [1] (1) 2点 (2) 8点、[2] 6点、[3] 8点、[4] 8点、[5] 8点の40点満点です。

・ 次回の授業時間内に、採点した答案を返却します。(その際に、追レポートの課題が提示される場合があります。)