

理工系微分積分学 第3回

担当：三角 淳 2017年10月17日

講義概要（教科書 p54-58 も参照）

・ $f(x, y)$ を2変数関数とする。 $y = b$ として、 x に関する1変数関数 $f(x, b)$ が $x = a$ で微分可能のとき、 f は (a, b) で x に関して偏微分可能であるという。 $(f_x(a, b), \frac{\partial f}{\partial x}(a, b))$: 偏微分係数)

・ $f_x(x, y), \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$: f の x に関する偏導関数。 (y に関する偏導関数 $f_y(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ についても同様に考える。)

・ $f(x, y)$ が (a, b) で全微分可能とは、定数 m, n が存在して次をみたすときにいう。

$$f(x, y) - f(a, b) = m(x - a) + n(y - b) + o(\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}) \quad ((x, y) \rightarrow (a, b)).$$

・ $f(x, y)$ の全微分 : $df = f_x dx + f_y dy$.

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] 次の関数の偏導関数 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ。

(1) $f(x, y) = x^3 y^7$, (2) $f(x, y) = e^{-xy} + \cos x$.

補充問題

[2] 次の関数の偏導関数 $f_x(x, y, z), f_y(x, y, z), f_z(x, y, z)$ を求めよ。

(1) $f(x, y, z) = xy^2 z^3$, (2) $f(x, y, z) = x^5 + 2y^2 z + 1$.

[3] (1) $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2$ はすべての (a, b) で全微分可能であることを示せ。

(2) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ は $(0, 0)$ で偏微分可能で、 $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ であることを示せ。また、この $f(x, y)$ は $(0, 0)$ で連続でないことを示せ。