

統計数学IB 第2回

担当：三角 淳 2016年10月14日

講義概要 (教科書 p58-65 も参照)

・分散の復習：

X が離散型確率変数のとき、

$$V(X) = \sum_x (x - E(X))^2 P(X = x) = \sum_x x^2 P(X = x) - E(X)^2.$$

X が連続型確率変数で、密度関数 $f(x)$ をもつとき、

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - E(X)^2.$$

・マルコフの不等式： X が非負確率変数のとき、任意の $\alpha > 0$ に対して

$$P(X \geq \alpha) \leq \frac{1}{\alpha} E(X).$$

・チェビシェフの不等式： X は確率変数で、 $E(X) = m$, $V(X) = \sigma^2$ とする。このとき任意の $\alpha > 0$ に対して

$$P(|X - m| \geq \alpha) \leq \frac{\sigma^2}{\alpha^2}.$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。

[1] 確率変数 X が $E(4^X) = 16$ をみたすとする。このとき $P(X \geq 6) \leq \frac{1}{256}$ を示せ。

補充問題

[2] $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ とする。確率変数 X が区間 $[a, b]$ 上の一様分布に従うとき、

$V(X) = \frac{(a-b)^2}{12}$ を示せ。

[3] (1) 確率変数 X が $E(X) = 0$, $V(X) = 1$ をみたすとき、 $P(|X| \geq 2) \leq \frac{1}{4}$ を示せ。

(2) 確率変数 X が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、教科書 p236 (他の本などでもよい) の正規分布表を用いて、 $P(|X| \geq 2)$ の近似値を求めよ。