

# 統計数学IA演習 第3回

担当：三角 淳 2016年4月27日

## 例題

[1]  $\Omega$  を標本空間、 $\mathcal{F}$  を  $\Omega$  上の  $\sigma$ -加法族とする。事象  $A, B, C \in \mathcal{F}$  に対して次を示せ。

(1)  $A^c \cup B^c \in \mathcal{F}$ , (2)  $A \cap B \cap C^c \in \mathcal{F}$ .

[2]  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  を確率空間とする。事象  $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$  が排反で、 $P(A_n) = \frac{1}{3^n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) のとき次を求めよ。

(1)  $P(A_1 \cup A_2)$ , (2)  $P(\cup_{n=1}^N A_n)$  ( $N \in \mathbb{N}$ ), (3)  $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n)$ .

レポート問題 以下の [3],[4] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3]  $\Omega$  を標本空間、 $\mathcal{F}$  を  $\Omega$  上の  $\sigma$ -加法族とする。事象  $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$  に対して次を示せ。

(1)  $A_1 \cap (A_2 \setminus A_3) \in \mathcal{F}$ , (2)  $\cup_{n=1}^{\infty} (A_n \cap A_{n+2}) \in \mathcal{F}$ .

[4] 表の出る確率が  $\frac{5}{9}$  の硬貨を繰り返し投げる。 $n$  回目にはじめて裏が出る事象を  $A_n$  とする。

(1)  $P(A_n)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) を求めよ。(答えのみでよい)

(2) いつかは裏が出る確率  $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n)$  を求めよ。

## 補充問題

[5] 集合  $\Omega$  とその部分集合  $A$  に対して、定義関数  $1_A : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  を次で定める。

$$1_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in A \\ 0 & \omega \notin A \end{cases}$$

このとき、任意の  $a \in \mathbb{R}$  に対して  $\{\omega \in \Omega \mid 1_A(\omega) \leq a\} \in \{\emptyset, A, A^c, \Omega\}$  を示せ。

[6] 集合  $\Omega$  とその部分集合  $A, B$  に対して次を示せ。

(1)  $1_{A \cap B}(\omega) = 1_A(\omega)1_B(\omega)$  ( $\omega \in \Omega$ ).

(2)  $A$  と  $B$  が排反ならば、 $1_{A \cup B}(\omega) = 1_A(\omega) + 1_B(\omega)$  ( $\omega \in \Omega$ ).