

統計数学II 第2回

担当：三角 淳 2012年10月16日

講義概要

・二項分布の極限：表の出る確率が p の硬貨を n 回投げて、表が k 回出る確率を考える。ここで特に $p = \lambda/n$ (λ は正の定数) とする。各 $k = 0, 1, 2, \dots$ に対して、上の確率は $n \rightarrow \infty$ のとき、パラメーター λ のポアソン分布の確率関数に収束する。

・指数分布の定義の確認：確率変数 $X \geq 0$ が次をみたすとき、パラメーター $\lambda > 0$ の指数分布に従うという。

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (0 \leq a \leq b < \infty)$$

- ・上の X の平均は $1/\lambda$ 、分散は $1/\lambda^2$ となる。
- ・指数分布の無記憶性：上の X に対して次が成り立つ。

$$P(X > t + x | X > t) = P(X > x) \quad (t, x \geq 0)$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 確率変数 X, Y は独立で、それぞれパラメーター $1, 2$ の指数分布に従うとする。

- (1) $Z = \max\{X, Y\}$ の密度関数を求めよ。
- (2) $E(Z)$ を求めよ。

補充問題

[2] 確率変数 X がパラメーター 4 の指数分布に従うとき次を求めよ。

- (1) $P(-1 \leq X \leq \frac{1}{2})$, (2) $P(X > 2)$.

[3] $\int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} = 1$ ($\lambda > 0$) を確かめよ。