

# 統計数学II 第16回(期末試験)

担当：三角 淳 2013年2月5日

・ [1] (1) 以外は、結果だけでなく途中過程も書いて下さい。

[1]  $\{N_t^{(1)}\}_{t \geq 0}$ ,  $\{N_t^{(2)}\}_{t \geq 0}$ ,  $\{N_t^{(3)}\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}$  の独立なポアソン過程とする。  
 $N_t = N_t^{(1)} + N_t^{(2)} + N_t^{(3)}$  と定めるとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  はポアソン過程となるが、そのパラメーターを求めよ。(答えのみでよい)

(2)  $P(N_3 = 2 | N_5 < 3) = \frac{P(N_3 = 2)P(N_2 = 0)}{P(N_5 < 3)}$  を示せ。

(3)  $P(N_3 = 2 | N_5 < 3)$  を求めよ。

[2]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程とする。 $S_n = \inf\{t \geq 0 | N_t = n\}$  とするとき、 $t \in \mathbb{R}$  に対して  $E(e^{tS_{2013}})$  を求めよ。

[3] 推移行列が  $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$  で与えられるようなマルコフ連鎖  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  を考える。状態空間は  $I = \{1, 2, 3\}$  とする。このとき次を求めよ。

$$P(X_5 = 1 | X_0 = 1, X_1 = 2, X_2 = 3, X_3 = 2)$$

[4] 推移行列が  $\begin{pmatrix} 0 & 3/5 & 2/5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  で与えられるマルコフ連鎖を考える。

(1) このマルコフ連鎖がエルゴード的である事を示せ。

(2) このマルコフ連鎖の定常分布を求めよ。

・ [1] (1) 5点 (2) 15点 (3) 10点、[2] 20点、[3] 20点、[4] (1) 15点 (2) 15点の100点満点です。採点結果に関しては、2月7日(木)の正午までに理学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。