統計数学IA　第11回

担当：三角　淳　2012年6月27日

講義概要 (教科書 p44–50 も参照)

・離散分布 $k \mapsto p_k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ の確率母関数を $G(z)$ とするとき、平均 $m = G'(1)$、分散 $\sigma^2 = G''(1) + G'(1) - G'(1)^2$。

・基本的な離散分布：

(1) ベルヌーイ分布：$a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、$a \mapsto p, \quad b \mapsto 1-p.$

(2) 二項分布 $B(n,p)$：$n \in \mathbb{N}$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、$k \mapsto \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} p^k (1-p)^{n-k}$ $(k = 0, 1, \cdots, n)$.

(3) 幾何分布：$0 < p < 1$ に対して、$k \mapsto p(1-p)^k \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$.

(4) ポアソン分布：$\lambda > 0$ に対して、$k \mapsto \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$.

(5) 負の二項分布 $NB(r,p)$：$r \geq 1$, $0 < p < 1$ に対して、$k \mapsto \begin{pmatrix} r-1+k \\ k \end{pmatrix} p^r (1-p)^k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$.

補充問題

[1] 二項分布 $B(3, \frac{1}{6})$ の平均値、分散を次の2通りの方法で求めよ。

(1) 平均値、分散の定義にもとづいて直接計算する。

(2) 確率母関数の微分を計算する。

[2] 確率変数 X がパラメーター $\frac{1}{3}$ のポアソン分布に従うとき、$Y = 2X + 4$ の確率関数を求めよ。

レポート問題3　以下の [3],[4] の解答を、次回の授業の終わりに提出して下さい。あるいは、619号室の入口の袋に事前に提出しても構いません。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3] 離散型確率変数 X の分布関数が $F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{2}{5} & -1 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x \end{cases}$ とする。このとき X から定まる離散分布の平均値、分散を求めよ。

[4] (1) 確率変数 X がパラメーター $\frac{2}{7}$ の幾何分布に従うとき $P(3 < X < 6)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X がパラメーター5のポアソン分布に従うとき、$P(X = k)$ が最大となるような整数 $k \geq 0$ を求めよ。