

体論 やってみよう問題 NO.03

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

**問題 3.1.** 写像  $\varphi: \mathbb{Q}[X] \rightarrow \mathbb{C}$  を  $\varphi(p(X)) = p(\sqrt{2})$  で定義する。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1)  $\varphi$  は環の準同型であることを示しなさい。
- (2)  $\text{Ker}(\varphi) = (X^2 - 2)$  であることを示しなさい。
- (3)  $\varphi$  は環の同型  $\mathbb{Q}[X]/(X^2 - 2) \cong \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  を誘導することを示しなさい。
- (4)  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  は体である (したがって、 $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  と等しい) ことを示しなさい。

**問題 3.0.1.** 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。 \_\_\_\_\_