

多変数の微分積分 中間試験的なレポート問題

- 答えは論理的に、貴方の考えが伝わるように書くこと。数値的な答えだけではほとんど点はありません。
- 本稿は現在暫定版です。間違いがある場合などに予告なしに変更される可能性があります。

問題 124.1.

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x^3 - x)(y^2 - y) = 0\}$$

とおく。このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) S の概形を描きなさい。
- (2) S は開集合ではないことを示しなさい。
- (3) S は閉集合であることを示しなさい。

(ただし、 \mathbb{R}^2 には通常位相を入れるものとする。)

問題 124.2.

$f: X = \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を

$$f(r, \theta, \varphi) = (f_1(r, \theta, \varphi), f_2(r, \theta, \varphi), f_3(r, \theta, \varphi)) = (r \sin(\theta) \cos(\varphi), r \sin(\theta) \sin(\varphi), r \cos(\theta))$$

で定義する。このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) f_1, f_2, f_3 の $(r, \theta, \varphi) \in X$ における全微分 $df_1|_{(r, \theta, \varphi)}, df_2|_{(r, \theta, \varphi)}, df_3|_{(r, \theta, \varphi)}$ をそれぞれ求めなさい。
- (2) f の $(r, \theta, \varphi) \in X$ における全微分 $Df|_{(r, \theta, \varphi)}$ を求めなさい。
- (3) $\det(Df|_{(r, \theta, \varphi)})$ を求めなさい。どう計算したかも必ず書くこと。