

微分積分学概論やってみよう問題 NO.15

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

問題 15.1. 本問では厳密性は置き去りにして、 $\sin, \cos, \exp$  の関係を Euler の時代に戻ったつもりで述べたい。

(1) まずは

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

から。

$$\cos(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

と書いて、項別に微分することが許されるならば、

$$a_{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!}, \quad a_{2k+1} = 0 \quad (\forall k \in \mathbb{Z}_{\leq 0})$$

を示しなさい。

(2) 同様に、

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

を確かめよ。

(3) カタイ事を言わずに

$$\exp(ix) = \cos(x) + i \sin(x)$$

を確かめよ。ただし  $i$  は虚数単位 ( $i^2 = -1$  である。)

(4)  $\exp$  の加法定理  $\exp(i(x+y)) = \exp(ix) \exp(iy)$  の両辺を展開して、三角関数の加法定理を示しなさい。

問題 15.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。