

微分積分学概論やってみよう問題 NO.04

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

$\{a_n\}, \{b_n\}$  はそれぞれ  $\alpha, \beta$  に収束するものとする。すなわち、

$$\forall \epsilon > 0 \exists N_\epsilon \text{ such that } n > N_\epsilon \implies |a_n - \alpha| < \epsilon$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists M_\epsilon \text{ such that } n > M_\epsilon \implies |b_n - \beta| < \epsilon$$

以下、 $t_n = a_n - \alpha, u_n = b_n - \beta$  と書くことにする。このとき、与えられた正の実数  $\epsilon$  にたいして、次の各問に答えなさい。

- (1)  $n > L \implies (|t_n| < 1 \text{ かつ } |u_n| < 1)$  となるような整数  $L$  を選びなさい。
- (2) 正の実数  $\epsilon > 0$  にたいして、 $n > L_\epsilon \implies |a_n b_n - \alpha \beta| < \epsilon$  となるような整数  $L_\epsilon$  を一つ挙げなさい。
- (3)  $\alpha \neq 0$  とする。このとき、正の実数  $\epsilon > 0$  にたいして、  
「 $n > K_\epsilon \implies a_n \neq 0$  かつ  $|\frac{1}{a_n} - \frac{1}{\alpha}| = \frac{|a_n - \alpha|}{|a_n \alpha|} < \epsilon$ 」となるような整数  $K_\epsilon$  を一つ挙げなさい。

問題 4.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。