

微分積分学概論期末試験的な問題 NO.50

出席番号、名前： _____

問題 50.1. 次の各問に答えなさい。

(1) $[-1, 1]$ 上の関数 f, g が次の性質を満たすとする。

(a) g は $[-1, 1]$ 上で有界である。

(b) f は $[-1, 1]$ 上で連続である。

(c) $f(0) = 0$.

このとき、 $h(x) = f(x)g(x)$ は $x = 0$ で連続であることを示しなさい。

(2) 前小問で、 f, g が (a), (b) をみたすが (c) を満たさないとき、 $h(x) = f(x)g(x)$ は $x = 0$ で連続とは限らない (反例が存在する) ことを示しなさい。

問題 50.2. 閉区間上の連続関数 $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ は有界であることを問題 11.1 の結果 ($[0, 1]$ 上の有界連続関数は最大値を持つ) を既知として、 f と $\arctan(x)$ との合成関数を援用して証明せよ。($\arctan(x)$ の性質と、問題 11.1 の結果 (その他本講義で証明した結果) をどう使ったかをできるだけ詳しく述べること。)

答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。
