

線形代数学 II やってみよう問題 NO.4

出席番号、名前： _____

計量ベクトル空間 V とその部分空間 U が与えられているとし、 $v \in V \setminus U$ とする。このとき、

- (1) $u \in U$ の中で $v - u$ の長さが最小になるようなものがあつたとして、それを v_U とおく。このとき $v_{U^\perp} \stackrel{\text{def}}{=} (v - v_U)$ は U の各元と直交することを示しなさい。
(*この問題は文が分かりにくかった。)

(1) の修正版

関数 $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(u) = \|v - u\|$ で定義する。 f がある点 $u = u_1$ で最小値をとると仮定する。その点 u_1 のことを改めて v_U と書くことにする。このとき $v_{U^\perp} \stackrel{\text{def}}{=} (v - v_U)$ は U の各元と直交することを示しなさい

(と書いたほうが少しはわかりやすかったかもしれない。)

- (2) 一般に、 $v = v_1 + v_2$ なる $v_1 \in U^\perp$ と $v_2 \in U$ とは(もし存在すれば) 唯一つであることを示しなさい。
(3) U が 1 次元で、 u_1 で生成されるとき、 v_U と v_{U^\perp} とを求めよ。
(4) U が n 次元で、正規直交基底 u_1, \dots, u_n をもつとき、 v_U と v_{U^\perp} とを求めよ。

問題 4.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。