線形代数学 II やってみよう問題 NO.5(間違い修正済版)

出席番号、名前：________________________________

標準内積を備えた $\mathbb{R}^3$ を V と書くことにする。V の元

$$\mathbb{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を考える。**注意: 本問題の元の文は間違いがあった。もともとアイディアは $\mathbb{v}_1, \mathbb{v}_2, \mathbb{v}_3$ にシュミットの直交化法を適用するというものであるが求めるものが間違っていた。以下のように訂正する。念のため元の問題の記号はできるだけそのままにして、新しく $\mathbb{w}_1, \mathbb{w}_2, \mathbb{w}_3$ という記号を導入しそれを求めるようにする。**

(1) $U_1 = \mathbb{R}\mathbb{v}_1$ とおく。 U_1 の正規直交基底 $\{\mathbb{w}_1\}$ をひと組求めよ。

(2) $\mathbb{x} = (\mathbb{v}_2)_{U_1^\perp}$ とおく。$\mathbb{w}_2 = \mathbb{x}/||\mathbb{x}||$ を求めなさい。

(3) $U_2 = \mathbb{R}\mathbb{v}_1 + \mathbb{R}\mathbb{v}_2$ とおく。さらに $\mathbb{y} = (\mathbb{v}_3)_{U_2^\perp}$ とおく。 $\mathbb{w}_3 = \mathbb{y}/||\mathbb{y}||$ を求めなさい。ヒント:$\mathbb{y} = \alpha\mathbb{v}_1 + \beta\mathbb{v}_2 + \mathbb{v}_3$ とおく。条件 $\mathbb{y} \perp \mathbb{v}_1$, $\mathbb{y} \perp \mathbb{v}_2$ により α, β を求めよ。

(4) $\mathbb{w}_1, \mathbb{w}_2, \mathbb{w}_3$ を横に並べることで行列 T を作って書け。 T は直交行列であるか?確認せよ。

問題 5.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。