

環論 やってみよう問題 NO.14

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

問題 14.1. 以下、 $X, V$  は変数であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\mathbb{Q}$  上の 3 次以上の一変数多項式  $p(X)$  で既約なものを一つ挙げ、それが既約なことを証明せよ。以下ではこの  $p$  を固定して使う。(のでできるだけ簡単なものを慎重に選ぶこと。ただし他の人の回答とダブらないように留意すること。)
- (2) 前問の  $p(X)$  に対して、 $p$  の複素根の一つを  $\alpha$  とおく。 $\mathbb{Q}[X]/(p(X)) \cong \mathbb{Q}(\alpha)$  であることを環の準同型定理をもちいて証明せよ。
- (3)  $\mathbb{Q}[V]/(p(V))$  における  $V$  のクラスを  $a$  とおく。 $R = \mathbb{Q}[V]/(p(V))$  上で  $p(X)$  を因数分解せよ。

問題 14.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。