理工系線形代数学 NO.11 要約

今日のテーマ: **(3 次元) 空間のベクトル**

3 次元空間の直線の表現法。$\{t\mathbb{v} + \mathbb{w}; t \in \mathbb{R}\}$

成分で書く方法もある。

$$\frac{x - w_1}{v_1} = \frac{y - w_2}{v_2} = \frac{z - w_3}{v_3}.$$

3 次元空間の平面の表現法。$\{t\mathbb{a} + u\mathbb{b} + \mathbb{w}; t, u \in \mathbb{R}\}$

成分で書く方法もある。

$$c_1(x - w_1) + c_2(y - w_2) + c_3(z - w_3) = 0.$$

内積でかく手もある。

2 次元平面での直線の書き方も上に準ずるのであった。

三次元計量ベクトル空間には「外積」という概念もある。分野によっては大事であるのでここで定義を押さえておこう。

定義 11.1. 3 次元計量ベクトル空間 V には次のような性質をもつ「外積」が存在する。

(1) 双線形性 (2 重線形性)
(2) 反対称 (交代的) $\mathbb{a} \times \mathbb{b} = -\mathbb{b} \times \mathbb{a}$
(3) $\mathbb{a} \times \mathbb{b}$ は $\mathbb{a}$ や $\mathbb{b}$ と直交し、長さは 2 つのベクトルのつくる平行四辺形の面積である。
(4) (向き付けとの関係) 向き付との関係は大事であるが、(xyz 座標系をどのように描くかなど) 使用する時々によって若干違ってくる。ここでは、標準となる正規直交系 $\mathbb{e}_1, \mathbb{e}_2, \mathbb{e}_3$ がすでに決まっていて、 $\mathbb{e}_1 \times \mathbb{e}_2 = \mathbb{e}_3$ を満たしている、という形で述べるにとどめておく。