$\mathbb{Z}_5$ と $\underbrace{\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}}_{5=0}$ はちがう

5 は小さい

$\shortparallel$

$[0.01]_5$

$\neq$

0

問題3

-4 は $\mathbb{Z}_5$ で inverse をもつか?

$(1+5+5^2+\cdots)$ が inverse

$\shortparallel$

$[0.111\cdots1]_5$

$\mathbb{F}_p$ をのばした環 → $\mathbb{Z}_p$

一般の標数pの体をのばした → $\boxed{\qquad}$

Witt ~~[illegible]~~ Vector 環

A：環

$$A[[T]] = \left\{ a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + \cdots \;;\; a_0, a_1, a_2, a_3, \cdots \in A \right\}$$

形式的べき級数環

$(a_0, a_1, a_2, \cdots \quad)$

$$(a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + \cdots) \times (b_0 + b_1 T + b_2 T^2 + b_3 T^3 + \cdots)$$

$$= \underline{(a_0 b_0)} + \underline{(a_0 b_1 + a_1 b_0)} T + \underline{(a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0)} T^2 + \cdots$$

$$(1 + T a(T))^{-1} = \underbrace{1 - T a(T) + (T a(T))^2 - (T a(T))^3 + \cdots}_{\text{収束する}}$$

$(1 + TA[[T]])$

の積を和として考える

$f \in 1 + TA[[T]]$ に対して

$(f)_W$ を考える。

$(f)_W + (g)_W \overset{\text{def}}{=} (fg)_W$

存在

$-(f)_W = (f^{-1})_W$

$$\mathrm{End}_{\text{additive}}(\underbrace{\Lambda(A)}_{M})$$

cont

$$\mathrm{End}_{\text{additive}}(M) : \boxed{環}$$

$\varphi_1, \varphi_2 \in$

$$= \{\varphi : M \to M \ ; \ \underbrace{\text{additive hom}}_{加法準同型} \}$$

; 合成 ~~[illegible]~~ を積にもつ

$$(\varphi_1 + \varphi_2)(m)$$

$$= \varphi_1(m) + \varphi_2(m)$$

9:50 〜

$E(A) = \mathrm{End}_{\mathrm{add}}(\Lambda(A))$

$\quad\quad \Uparrow$

$\quad\quad [a] \quad\quad\quad a \in A$

a の Teichmüller lift

$$[a] \cdot (f)_W = (f(aT))_W$$

$$[a] \cdot (1 + c_1 T + c_2 T^2 + \cdots)_W = (1 + c_1 a T + c_2 a^2 T^2 + \cdots)_W$$

$E_0(A)$: $E(A)$ の中で $[a]$ $(a \in A)$ で生成される環

5.3 A：代数的閉体のとき

f：多項式，のとき

$$(f)_W = \left(\prod_j (1-c_jT)\right)_W = \sum_j \underbrace{(1-c_jT)_W}_{\displaystyle \|\atop \displaystyle [c_j].\underline{(1-T)_W}}$$

$$f = \prod_j (1-c_jT)$$

$\Lambda(A)$ は $E_0(A)$ 上

$(1-T)_W$ で生成される

$$E_0(A) \ni \varphi \longrightarrow \varphi((1-T)_W) \in \Lambda(A)$$

$$\begin{array}{ccc} E_0(A) & \xrightarrow{\sim} & \Lambda(A) \\ \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ [a] & \longmapsto & (1-aT)_W \end{array}$$

Exercise 4A $\quad [a][b] = [ab] \quad (a, b \in A)$

$\Lambda(A)$ のえんざん

$$(f)_W + (g)_W = (fg)_W$$

$$(1-aT)_W \cdot (g)_W = (g(aT))_W$$

$$\updownarrow$$

$$[a]$$

$$(f)_W \cdot (g_W) \stackrel{?}{=}$$

f：多項式のとき、

$$f = \left(\prod_j (1-\alpha_j T)\right)$$

$$(f)_W = \sum_j (1-\alpha_j T)_W$$

$$(f)_W \cdot (g)_W = \sum_j \underbrace{(1-\alpha_j T)_W (g)_W}$$

$$= \sum_j (g(\alpha_j T))_W$$