

理工系線形代数学 NO.11 要約

今日のテーマ: (3次元)空間のベクトル

3次元空間の直線の表現法。 $\{tv + w; t \in \mathbb{R}\}$

成分で書く方法もある。

$$\frac{x - w_1}{v_1} = \frac{y - w_2}{v_2} = \frac{z - w_3}{v_3}.$$

3次元空間の平面の表現法。 $\{ta + ub + w; t, u \in \mathbb{R}\}$

成分で書く方法もある。

$$c_1(x - w_1) + c_2(y - w_2) + c_3(z - w_3) = 0.$$

内積でかく手もある。

2次元平面での直線の書き方も上に準ずるのであった。

3次元計量ベクトル空間には「外積」という概念もある。分野によっては大事であるのでここで定義を押しえておこう。

定義 11.1. 3次元計量ベクトル空間 V には次のような性質をもつ「外積」が存在する。

- (1) 双線形性 (2重線形性)
- (2) 反対称 (交代的) $a \times b = -b \times a$
- (3) $a \times b$ は a や b と直交し、長さは2つのベクトルのつくる平行四辺形の面積である。
- (4) (向き付けとの関係) 向き付けとの関係は大事であるが、(xyz座標系をどのように描くかなど) 使用する時々によって若干違ってくる。ここでは、標準となる正規直交系 e_1, e_2, e_3 がすでに決まっていて、 $e_1 \times e_2 = e_3$ を満たしている、という形で述べるにとどめておく。