微分積分学基礎 NO.13 要約

今日のテーマ:**積分記号下の極限, 微分**

次の定理はルベーグ積分で語られるべきだが、ここで結果だけ引用する。ルベーグ積分を本格的に学ぶ時間がない場合には、覚えておいても良いと思う。

定理 13.1 (優収束定理)**.** $I = [a,b]$ 上の関数 $\{f_n\}$ と f があって、$f_n(x) \to f(x)$ (各点収束) であるとする。いま、I 上の正値関数 g が

$$\int g < \infty$$

を満たして、I の各点で $|f_n(x)| \leq g(x)$ であったとするならば、

$$\int_I f_n \to \int_I f.$$

この定理自体は、I が無限区間でも成り立つ。

優関数の存在が大事であって、それなしではうまく行かない。