

試験対策

試験の注意：

他人の迷惑になるものを除いては、何でも持ち込み可である。

電卓、コンピュータ等があったほうが簡単な問題もあり得るので、そのようなものを持ち込んでも構わない。

(今回の問題はレポート問題ではない。)

問題 14.1. 写像 $\mathbb{F}_p \ni x \mapsto x^k - x \in \mathbb{F}_p$ は定値写像 $\mathbb{F}_p \ni x \mapsto 0 \in \mathbb{F}_p$ と等しいか、次の各々の場合に答えなさい。

- (1) $p = 3, k = 5$ のとき。
- (2) $p = 5, k = 5$ のとき。
- (3) $p = 5, k = 25$ のとき。
- (4) $p = 5, k = 20$ のとき。

問題 14.2. \mathbb{F}_3 上の多項式 $X^2 + X - 1$ の根を α とおく時、 $\mathbb{F}_3[\alpha]$ の多項式 $X^9 - X$ を一次式の積に分解しなさい。

問題 14.3. 奇素数 p が与えられているとすると、 \mathbb{F}_p 上の方程式系 $V_1 = V((Y - X^2)(Y - 3))$ の合同ゼータ関数 $Z(V_1/\mathbb{F}_p, t)$ を求めよ。

問題 14.4. 奇素数 p が与えられているとすると、 \mathbb{F}_p 上の2変数の方程式系 $V_2 = V(X^2 - Y^2 - 1)$ の合同ゼータ関数 $Z(V_2/\mathbb{F}_p, t)$ を求めよ。

問題 14.5. 奇素数 p が与えられているとすると、 \mathbb{F}_p 上の2変数の方程式系 $V_2 = V(X^2 + Y^2 - 1)$ の合同ゼータ関数 $Z(V_2/\mathbb{F}_p, t)$ を求めよ。

問題 14.6. 奇素数 p が与えられているとすると、 \mathbb{F}_p 上の1変数の方程式系 $V_3 = V(X^{10} - 1)$ の合同ゼータ関数 $Z(V_3/\mathbb{F}_p, t)$ を求めよ。